

Table des matières

I	Revoir les règles de calcul	2
	A) Calculs avec des fractions et/ou des écritures fractionnaires	2
	B) Développer et réduire une expression	5
II	Résoudre des équations et des inéquations	6
III	Étudier un signe	7
IV	Revoir Les probabilités	8
V	Revoir les suites	8

Préparer la rentrée

Bienvenue en classe préparatoire économique et commerciale dans la voie technologique!

Voici quelques exercices corrigés pour préparer la rentrée (toutes ces notions seront revues cette année mais il est préférable de les maîtriser avant la rentrée).

Les calculatrices n'étant pas autorisées aux épreuves de mathématiques des concours, il faut s'entraîner à s'en passer. Vous pouvez commencer cet entraînement en révisant vos tables de multiplication et en révisant des règles de calcul étudiées au collège et au lycée.

Je vous laisse mon mail si vous avez des questions : johann.blanche@akastler-cergy.com

Bonnes vacances et bon courage!

I Revoir les règles de calcul

A) Calculs avec des fractions et/ou des écritures fractionnaires

Propriété.

Soient a, b, c et d quatre nombres réels avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

- On ne change pas la valeur d'une fraction lorsqu'on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul :

$$\text{Si } c \neq 0, \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$$

- Pour additionner ou soustraire des fractions, il faut d'abord les réduire au même dénominateur :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

- Pour multiplier deux fractions, on multiplie simplement les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

- Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse :

$$\text{Si } c \neq 0, \frac{a}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Exercice 1

Écrire sous forme de fractions irréductibles (ou sous la forme d'un nombre entier) :

$$A = \frac{24}{18}$$

$$B = \frac{45}{35}$$

$$C = \frac{56}{42}$$

$$D = \frac{60}{15}$$

$$E = \frac{81}{27}$$

$$F = \frac{100}{40}$$

$$G = \frac{36}{48}$$

$$H = \frac{121}{11}$$

$$I = \frac{150}{100}$$

$$J = \frac{7}{1}$$

$$K = \frac{90}{60}$$

$$L = \frac{32}{24}$$

$$M = \frac{18}{12}$$

$$N = \frac{50}{10}$$

$$O = \frac{99}{33}$$

Exercice 2

Écrire sous forme de fractions irréductibles(ou sous la forme d'un nombre entier) :

$$A = \frac{5}{12} - \frac{5}{4}$$

$$B = \frac{8}{3} \times \frac{6}{15}$$

$$C = 5 - \frac{3}{4}$$

$$D = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{2}{5}}$$

$$E = \frac{105}{27} \times \frac{90}{56}$$

$$F = \frac{\frac{10}{30}}{\frac{8}{28}}$$

$$G = -\frac{13}{8} + \frac{7}{16}$$

$$H = \frac{7}{35} + \frac{8}{15}$$

$$I = \frac{11}{26} - \frac{5}{39}$$

$$J = \frac{7}{11} + \frac{4}{25}$$

$$K = \frac{3}{12} - 5$$

$$L = -\frac{5}{4} + \frac{2}{3} - \frac{-7}{5}$$

$$M = \frac{44}{105} \times \frac{42}{66}$$

$$N = \frac{63}{30} \times \frac{45}{28}$$

$$O = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{15}}$$

$$P = \frac{\frac{51}{21}}{\frac{68}{7}}$$

$$Q = \frac{\frac{72}{35}}{\frac{54}{105}}$$

Exercice 3 même principe avec des expressions littérales

Soit x un réel. Écrire les expressions suivantes sous la forme d'un seul quotient.

$$A = \frac{3}{x+5} - \frac{1}{4-x}$$

$$B = \frac{3}{x+8} + 5$$

$$C = 5 - \frac{2}{x^2+1}$$

$$D = \frac{x}{x+1} - 3$$

$$E = \frac{4x+1}{x-4} - \frac{3}{2}$$

$$F = \frac{3x}{x+1} - x$$

$$G = \frac{x(x+1)}{x^2+2} - 3$$

$$H = \frac{x}{x-2} + 4x + 2$$

$$I = \frac{2}{x-4} + \frac{3}{x}$$

$$J = \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x}$$

$$K = \frac{2x+4}{x-2} + \frac{1}{2}$$

$$L = \frac{4}{x-4} - \frac{3}{x+1}$$

$$M = \frac{2x+2}{2x-1} + \frac{3x}{x+3}$$

Remarque.

Vous vous demandez peut-être pourquoi on cherche à écrire ces expressions sous la forme d'un quotient ... et bien c'est principalement parce que lorsqu'elles sont écrites sous la forme d'un quotient il est alors beaucoup plus simple d'en étudier le signe (par la règle des signes)

B) Développer et réduire une expression

Définition.

Développer une expression consiste à l'écrire sous la forme d'une somme de termes.

Pour développer on utilise :

- La simple distributivité : Pour tous nombres k, a et b , $k(a + b) = ka + kb$.
- La double distributivité : Pour tous nombres a, b, c et d , $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
- Les identités remarquables : Pour tout nombres a et b ,
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exercice 4

Soient x et y deux réels. Développer et réduire efficacement :

$$A = (x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$$

$$B = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$$

$$C = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$$

$$D = (x + 8)^2$$

$$E = (3x - 9)^2$$

$$F = (x + 7)(x - 7)$$

$$G = (4y - 5)(4y + 5)$$

$$H = (6 - 2x)^2$$

$$I = (2x - 6)(x + 2) + 5(x + 2)$$

$$J = (2x + 1)^2 - 49$$

$$K = (x - 2)^2 - 2(x - 2)$$

$$L = (x + 5)^2 - 7x(x + 5)$$

$$M = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$$

$$N = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$$

Définition.

Factoriser une expression consiste à l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

Pour factoriser une expression on peut :

- Utiliser un facteur commun :
Pour tous nombres k, a et b , $ka + kb = k(a + b)$.
- Reconnaître une identité remarquable : Pour tout nombres a et b ,
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Remarque.

Vous vous demandez peut être pourquoi on cherche à écrire ces expression sous forme factorisée ...et bien c'est encore principalement pour en étudier le signe (par la règle des signes).

Exercice 5

Soit x un réel. Factoriser à l'aide d'un facteur commun ou en reconnaissant une identité remarquable :

$$A = (2x - 1)(x - 5) + (3x + 7)(x - 5)$$

$$B = (2x + 5)(x - 3) + (2x + 5)(-3x + 1)$$

$$C = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$$

$$D = (5 - 2x)(2x + 1) + (2x - 5)^2$$

$$E = x^2 + 8x + 16$$

$$F = x^2 - 20x + 100$$

$$G = x^2 - 16$$

$$H = 4 - (1 - 3x)^2$$

$$I = (3 - 2x)^2 - 121$$

II Résoudre des équations et des inéquations

Propriété.

On transforme une égalité en une égalité équivalente lorsque :

- on ajoute ou on retranche un même nombre aux deux membres de cette égalité,
- on multiplie ou on divise les deux membres de cette égalité par un même nombre non nul.

Propriété (équation produit nul).

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

Soient $A(x)$ et $B(x)$ deux expressions qui peuvent dépendre d'un nombre réel x . On a :

$$A(x)B(x) = 0 \iff A(x) = 0 \text{ ou } B(x) = 0$$

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

$$E_1 : 5(x + 3) = -3 + 2x$$

$$E_2 : 4x - 2 = -3(7 - x)$$

$$E_3 : \frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$$

$$E_4 : (3x + 1)(x - 5) = 0$$

$$E_5 : (3x + 7)(4x - 8) = 0$$

Théorème (Résolution de l'équation $x^2 = a$).

- si $a < 0$ l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution .
- si $a = 0$ l'équation $x^2 = a$ est l'équation $x^2 = 0$ et a pour unique solution 0.
- si $a > 0$ l'équation $x^2 = a$ a exactement deux solutions : \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$.

Exercice 7

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} . (On pourra penser à se ramener à une équation du type « $x^2 = a$ » ou bien encore à factoriser pour se ramener à une équation produit nul).

$$E_1 : (3x + 2)(4x - 2) = (4x - 2)(x - 6)$$

$$E_2 : x^2 - 49 = 0$$

$$E_3 : 9x^2 - 36 = 0$$

$$E_4 : (2x + 1)^2 - 49 = 0$$

$$E_5 : (x + 5)^2 - 7x(x + 5) = 0$$

Propriété.

On transforme une inégalité en une inégalité équivalente lorsque :

- on ajoute ou on retranche un même nombre aux deux membres de cette inégalité,
- on multiplie ou on divise les deux membres de cette inégalité par un même nombre non nul.



Lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres par un nombre strictement négatif, il faut penser à changer le sens de l'inégalité.

Exercice 8

Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R} .

$$I_1 : 3x + 2 \geq 8$$

$$I_2 : x + 4 < -7$$

$$I_3 : 3x < -2$$

$$I_4 : -2x < 8$$

$$I_5 : -5x \geq -15$$

$$I_6 : 5x - 3 \leq -4x$$

$$I_7 : -3x + 15 \geq -72 - 2x$$

$$I_8 : 14x - 25 \leq 17x + 50$$

$$I_9 : 12x + 3 \geq 12x$$

III Étudier un signe

Exercice 9

Étudier sur \mathbb{R} le signe des expressions suivantes à l'aide d'un tableau de signe :

1. $(x + 3)(6 - x)$

2. $x(2x + 6)$

3. $(2x + 1)(3 - 5x)$

IV Revoir Les probabilités

Exercice 10

Un jeu consiste à lancer un dé à 6 faces parfaitement équilibré.

Si le dé tombe sur un nombre impair, on ne marque aucun point.

Si le dé tombe sur un nombre pair, on marque le double du nombre de points indiqué par le dé

On note X la variable aléatoire égale au nombre de points marqués.

1. Quelles sont les valeurs possibles de X ?
2. Compléter le tableau ci-dessous résumant la loi de X :

Valeur Possible k	0	4	8	12
$P(X=k)$	•	•	•	•

3. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

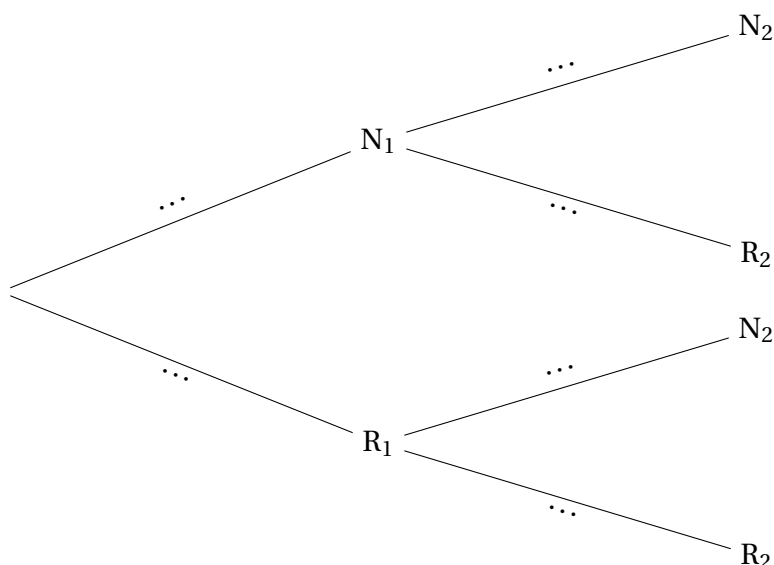
Exercice 11

Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires. On tire successivement et sans remise deux boules dans cette urne.

On note :

- R_1 : « la boule tirée au premier tirage est rouge »
- N_1 : « la boule tirée au premier tirage est noire »
- R_2 : « la boule tirée au deuxième tirage est rouge »
- N_2 : « la boule tirée au deuxième tirage est noire »

1. Compléter l'arbre ci dessous.
2. Calculer $P(R_1 \cap R_2)$.
3. Calculer $P(R_2)$
4. Calculer la probabilité d'avoir tiré une boule rouge au premier tirage sachant que l'on a tiré une boule rouge au deuxième tirage.



V Revoir les suites

Exercice 12

Soit (u_n) la suite définie par
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Reconnaître la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison q .
3. En déduire une expression de u_n en fonction de n .
4. Calculer $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$.

Exercice 13

Soit (v_n) la suite définie par
$$\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = v_n + 5 \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$$

1. calculer v_1 et v_2 .
2. Reconnaître la nature de la suite (v_n) et préciser sa raison r .
3. En déduire une expression de v_n en fonction de n .
4. Calculer $v_0 + v_1 + \dots + v_{10}$

Exercice 14

On considère la suite (w_n) définie par
$$\begin{cases} w_0 = 3 \\ w_{n+1} = 2w_n + 1 \end{cases}$$

1. Calculer w_1 et w_2 .
2. Calculer $w_1 - w_0$ et $w_2 - w_1$. La suite (w_n) est-elle arithmétique?
3. Calculer $\frac{w_1}{w_0}$ et $\frac{w_2}{w_1}$. La suite (w_n) est-elle géométrique?

Corrigé des exercices

Exercice 1

$$A = \frac{24}{18} = \frac{6 \times 4}{6 \times 3} = \frac{4}{3}$$

$$B = \frac{45}{35} = \frac{5 \times 9}{5 \times 7} = \frac{9}{7}$$

$$C = \frac{56}{42} = \frac{14 \times 4}{14 \times 3} = \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{60}{15} = \frac{15 \times 4}{15 \times 1} = 4$$

$$E = \frac{81}{27} = \frac{27 \times 3}{27 \times 1} = 3$$

$$F = \frac{100}{40} = \frac{20 \times 5}{20 \times 2} = \frac{5}{2}$$

$$G = \frac{36}{48} = \frac{12 \times 3}{12 \times 4} = \frac{3}{4}$$

$$H = \frac{121}{11} = \frac{11 \times 11}{11 \times 1} = 11$$

$$I = \frac{150}{100} = \frac{50 \times 3}{50 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$J = \frac{7}{1} = 7$$

$$K = \frac{90}{60} = \frac{30 \times 3}{30 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$L = \frac{32}{24} = \frac{8 \times 4}{8 \times 3} = \frac{4}{3}$$

$$M = \frac{18}{12} = \frac{6 \times 3}{6 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$N = \frac{50}{10} = \frac{10 \times 5}{10 \times 1} = 5$$

$$O = \frac{99}{33} = \frac{33 \times 3}{33 \times 1} = 3$$

Exercice 2

$$A = \frac{5}{12} - \frac{5}{4} = \frac{5}{12} - \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{5}{12} - \frac{15}{12} = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$$

$$B = \frac{8}{3} \times \frac{6}{15} = \frac{8 \times 6}{3 \times 15} = \frac{8 \times 3 \times 2}{3 \times 15} = \frac{8 \times 2}{15} = \frac{16}{15}$$

$$C = 5 - \frac{3}{4} = \frac{5 \times 4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{20}{4} - \frac{3}{4} = \frac{17}{4}$$

$$D = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{8}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

$$E = \frac{105}{27} \times \frac{90}{56} = \frac{105 \times 90}{27 \times 56} = \frac{21 \times 5 \times 9 \times 10}{3 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{50}{8} \frac{25}{4}$$

$$F = \frac{\frac{10}{30}}{\frac{8}{28}} = \frac{1}{3} \times \frac{28}{8} = \frac{7}{6}$$

$$G = -\frac{13}{8} + \frac{7}{16} = -\frac{26}{16} + \frac{7}{16} = -\frac{19}{16}$$

$$H = \frac{7}{35} + \frac{8}{15} = \frac{1}{5} + \frac{8}{15} = \frac{3}{15} + \frac{8}{15} = \frac{11}{15}$$

$$I = \frac{11}{26} - \frac{5}{39} = \frac{33}{78} - \frac{10}{78} = \frac{23}{78}$$

$$J = \frac{7}{11} + \frac{4}{25} = \frac{175}{275} + \frac{44}{275} = \frac{219}{275}$$

$$K = \frac{3}{12} - 5 = \frac{1}{4} - \frac{20}{4} = -\frac{19}{4}$$

$$L = -\frac{5}{4} + \frac{2}{3} - \left(-\frac{7}{5}\right) = -\frac{75}{60} + \frac{40}{60} + \frac{84}{60} = \frac{49}{60}$$

$$M = \frac{44}{105} \times \frac{42}{66} = \frac{4}{15}$$

$$N = \frac{63}{30} \times \frac{45}{28} = \frac{27}{8}$$

$$O = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{15}} = -\frac{5}{2} \times \frac{15}{4} = -\frac{75}{8}$$

$$P = \frac{\frac{51}{21}}{\frac{68}{7}} = \frac{51}{21} \times \frac{7}{68} = \frac{51 \times 7}{21 \times 68} = \frac{3 \times 17 \times 7}{3 \times 7 \times 4 \times 17} = \frac{1}{4}$$

$$Q = \frac{\frac{72}{35}}{\frac{54}{105}} = \frac{72}{35} \times \frac{105}{54} = \frac{72 \times 105}{35 \times 54} = \frac{2 \times 4 \times 9 \times 3 \times 7 \times 5}{7 \times 5 \times 2 \times 3 \times 9} = 4$$

Exercise 3

$$A = \frac{3}{x+5} - \frac{1}{4-x} = \frac{3(4-x)}{(x+5)(4-x)} - \frac{(x+5)}{(x+5)(4-x)} = \frac{3(4-x) - (x+5)}{(x+5)(4-x)} = \frac{12-3x-x-5}{(x+5)(4-x)} = \frac{7-4x}{(x+5)(4-x)}$$

$$B = \frac{3}{x+8} + 5 = \frac{3}{x+8} + \frac{5(x+8)}{x+8} = \frac{3+5(x+8)}{x+8} = \frac{3+5x+40}{x+8} = \frac{5x+43}{x+8}$$

$$C = 5 - \frac{2}{x^2+1} = \frac{5(x^2+1)-2}{x^2+1} = \frac{5x^2+5-2}{x^2+1} = \frac{5x^2+3}{x^2+1}$$

$$D = \frac{x}{x+1} - 3 = \frac{x-3(x+1)}{x+1} = \frac{x-3x-3}{x+1} = \frac{-2x-3}{x+1}$$

$$E = \frac{4x+1}{x-4} - \frac{3}{2} = \frac{2(4x+1)-3(x-4)}{2(x-4)} = \frac{8x+2-3x+12}{2(x-4)} = \frac{5x+14}{2(x-4)}$$

$$F = \frac{3x}{x+1} - x = \frac{3x-x(x+1)}{x+1} = \frac{3x-x^2-x}{x+1} = \frac{-x^2+2x}{x+1}$$

$$G = \frac{x(x+1)}{x^2+2} - 3 = \frac{x(x+1)-3(x^2+2)}{x^2+2} = \frac{x^2+x-3x^2-6}{x^2+2} = \frac{-2x^2+x-6}{x^2+2}$$

$$\begin{aligned}
H &= \frac{x}{x-2} + 4x + 2 = \frac{x + (4x+2)(x-2)}{x-2} = \frac{x + 4x^2 + 2x - 8x - 4}{x-2} = \frac{4x^2 - 5x - 4}{x-2} \\
I &= \frac{2}{x-4} + \frac{3}{x} = \frac{2x+3(x-4)}{x(x-4)} = \frac{2x+3x-12}{x(x-4)} = \frac{5x-12}{x(x-4)} \\
J &= \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x} = \frac{x-3(x+1)}{x(x+1)} = \frac{x-3x-3}{x(x+1)} = \frac{-2x-3}{x(x+1)} \\
K &= \frac{2x+4}{x-2} + \frac{1}{2} = \frac{2(2x+4) + (x-2)}{2(x-2)} = \frac{4x+8+x-2}{2(x-2)} = \frac{5x+6}{2(x-2)} \\
L &= \frac{4}{x-4} - \frac{3}{x+1} = \frac{4(x+1) - 3(x-4)}{(x-4)(x+1)} = \frac{4x+4-3x+12}{(x-4)(x+1)} = \frac{x+16}{(x-4)(x+1)} \\
M &= \frac{2x+2}{2x-1} + \frac{3x}{x+3} = \frac{(2x+2)(x+3) + 3x(2x-1)}{(2x-1)(x+3)} \\
&= \frac{2x^2 + 6x + 2x + 6 + 6x^2 - 3x}{(2x-1)(x+3)} = \frac{8x^2 + 5x + 6}{(2x-1)(x+3)}
\end{aligned}$$

Exercise 4

$$\begin{aligned}
A &= (x+7)(3-2x) + (5x-2)(4x+1) \\
&= (3x+21-2x^2-14x) + (20x^2+5x-8x-2) \\
&= (-2x^2-11x+21) + (20x^2-3x-2) \\
&= -2x^2-11x+21+20x^2-3x-2 \\
&= 18x^2-14x+19
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= (5x-2)(5x-8) - (3x-5)(x+7) \\
&= (25x^2-40x-10x+16) - (3x^2+21x-5x-35) \\
&= (25x^2-50x+16) - (3x^2+16x-35) \\
&= 25x^2-50x+16-3x^2-16x+35 \\
&= (25x^2-3x^2) + (-50x-16x) + (16+35) \\
&= 22x^2-66x+51
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= (2x+3)(5x-8) - (2x-4)(5x-1) \\
&= (10x^2-16x+15x-24) - (10x^2-2x-20x+4) \\
&= (10x^2-x-24) - (10x^2-22x+4) \\
&= 10x^2-x-24-10x^2+22x-4 \\
&= (-x+22x) + (-24-4) \\
&= 21x-28
\end{aligned}$$

$$D = (x+8)^2 = x^2 + 16x + 64$$

$$E = (3x-9)^2 = 9x^2 - 54x + 81$$

$$F = (x+7)(x-7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$$

$$G = (4y-5)(4y+5) = (4y)^2 - 5^2 = 16y^2 - 25$$

$$H = (6-2x)^2 = 36 - 24x + 4x^2$$

$$\begin{aligned}
I &= (2x-6)(x+2) + 5(x+2) \\
&= (2x^2+4x-6x-12) + 5x+10 \\
&= (2x^2-2x-12) + 5x+10 \\
&= 2x^2+3x-2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J &= (2x+1)^2 - 49 \\
&= (4x^2+4x+1) - 49 \\
&= 4x^2+4x-48
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= (x-2)^2 - 2(x-2) \\ &= (x^2 - 4x + 4) - 2x + 4 \\ &= x^2 - 6x + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= (x+5)^2 - 7x(x+5) \\ &= (x^2 + 10x + 25) - (7x^2 + 35x) \\ &= x^2 + 10x + 25 - 7x^2 - 35x \\ &= -6x^2 - 25x + 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= (x-3)^2 - (x-1)(x-2) \\ &= (x^2 - 6x + 9) - (x^2 - 3x + 2) \\ &= x^2 - 6x + 9 - x^2 + 3x - 2 \\ &= -3x + 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= (x+1)^2 - (x-1)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 \\ &= 4x \end{aligned}$$

Exercice 5 $A = (2x-1)(x-5) + (3x+7)(x-5)$
 $= (x-5)[(2x-1) + (3x+7)]$
 $= (x-5)(5x+6)$

$$\begin{aligned} B &= (2x+5)(x-3) + (2x+5)(-3x+1) \\ &= (2x+5)[(x-3) + (-3x+1)] \\ &= (2x+5)(-2x-2) \\ &= -2(2x+5)(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2x+3)^2 + (x-2)(2x+3) \\ &= (2x+3)[(2x+3) + (x-2)] \\ &= (2x+3)(3x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (5-2x)(2x+1) + (2x-5)^2 \\ \text{Remarque : } 5-2x &= -(2x-5) \\ &= -(2x-5)(2x+1) + (2x-5)^2 \\ &= (2x-5)[(2x-5) - (2x+1)] \\ &= (2x-5)(-6) \\ &= -6(2x-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= x^2 + 8x + 16 \\ &= (x+4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= x^2 - 20x + 100 \\ &= (x-10)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= x^2 - 16 \\ &= (x-4)(x+4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= 4 - (1-3x)^2 \\ &= (2)^2 - (1-3x)^2 \\ &= (2 - (1-3x))(2 + (1-3x)) \\ &= (1+3x)(3-3x) \\ &= 3(1+3x)(1-x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I &= (3-2x)^2 - 121 \\
&= (3-2x)^2 - 11^2 \\
&= ((3-2x) - 11)((3-2x) + 11) \\
&= (-2x-8)(-2x+14) \\
&= -2(x+4) \times -2(x-7) \\
&= 4(x+4)(x-7)
\end{aligned}$$

Exercice 6

$$\begin{aligned}
E_1 : 5(x+3) &= -3 + 2x \\
\iff 5x + 15 &= -3 + 2x \\
\iff 5x - 2x &= -3 - 15 \\
\iff 3x &= -18 \\
\iff x &= -6
\end{aligned}$$

La solution de cette équation est -6 .

$$\begin{aligned}
E_2 : 4x - 2 &= -3(7-x) \\
\iff 4x - 2 &= -21 + 3x \\
\iff 4x - 3x &= -21 + 2 \\
\iff x &= -19
\end{aligned}$$

L'unique solution est -19 .

$$E_3 : \frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$$

$$\begin{aligned}
\iff 5(x+5) - 2(2x-7) &= 20 + 3x \text{ (on a multiplié chaque membre par 10)} \\
\iff 5x + 25 - 4x + 14 &= 20 + 3x \\
\iff (5x - 4x) + 39 &= 20 + 3x \\
\iff x + 39 &= 20 + 3x \\
\iff x - 3x &= 20 - 39 \\
\iff -2x &= -19 \\
\iff x &= \frac{19}{2} \text{ La solution est } \frac{19}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_4 : (3x+1)(x-5) &= 0 \\
\iff 3x+1 &= 0 \text{ ou } x-5 = 0 \\
\iff x &= -\frac{1}{3} \text{ ou } x = 5
\end{aligned}$$

L'ensemble des solution est $S = \left\{ -\frac{1}{3}, 5 \right\}$

$$\begin{aligned}
E_5 : (3x+7)(4x-8) &= 0 \\
\iff 3x+7 &= 0 \text{ ou } 4x-8 = 0 \\
\iff x &= -\frac{7}{3} \text{ ou } x = 2 \\
S &= \left\{ -\frac{7}{3}; 2 \right\}
\end{aligned}$$

Exercice 7

$$\begin{aligned}
E_1 : \\
(3x+2)(4x-2) &= (4x-2)(x-6) \\
\iff (3x+2)(4x-2) - (4x-2)(x-6) &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (4x-2)[(3x+2)-(x-6)] = 0 \\
&\Leftrightarrow (4x-2)[3x+2-x+6] = 0 \\
&\Leftrightarrow (4x-2)(2x+8) = 0 \Leftrightarrow 4x-2 = 0 \text{ ou } 2x+8 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{-8}{2} = -4
\end{aligned}$$

$$S = \left\{\frac{1}{2}; -4\right\}$$

E_2 :

$$\begin{aligned}
&x^2 - 49 = 0 \\
&\Leftrightarrow x^2 = 49 \\
&\Leftrightarrow x = \sqrt{49} = 7 \text{ ou } x = -\sqrt{49} = -7
\end{aligned}$$

$$S = \{7; -7\}$$

E_3 :

$$\begin{aligned}
&9x^2 - 26 = 0 \\
&\Leftrightarrow 9x^2 = 36 \\
&\Leftrightarrow x^2 = 4 \\
&\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -2 \\
&S = \{2; -2\}
\end{aligned}$$

E_4 :

$$\begin{aligned}
&(2x+1)^2 - 49 = 0 \\
&\Leftrightarrow (2x+1)^2 = 49 \\
&\Leftrightarrow 2x+1 = \sqrt{49} \text{ ou } 2x+1 = -\sqrt{49} \\
&\Leftrightarrow 2x+1 = 7 \text{ ou } 2x+1 = -7 \\
&\Leftrightarrow 2x = 6 \text{ ou } 2x = -8 \\
&\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -4 \\
&S = \{3; -4\}
\end{aligned}$$

E_5 :

$$\begin{aligned}
&(x+5)^2 - 7x(x+5) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x+5)(x+5) - 7x(x+5) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x+5)[(x+5) - 7x] = 0 \\
&\Leftrightarrow (x+5)(-2x+5) = 0 \\
&\Leftrightarrow x+5 = 0 \text{ ou } -2x+5 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = -5 \text{ ou } x = \frac{5}{2} \\
&S = \left\{-5; \frac{5}{2}\right\}
\end{aligned}$$

Exercice 8

$$\begin{aligned}
I_1: 3x+2 &\geq 8 \\
&\Leftrightarrow 3x \geq 6 \\
&\Leftrightarrow x \geq 2 \\
&S = [2; +\infty[
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_2: x+4 &< -7 \\
&\Leftrightarrow x < -11 \\
&S =]-\infty; -11[
\end{aligned}$$

$$I_3: 3x < -2$$

$$x < -\frac{2}{3}$$

$$S =]-\infty; -\frac{2}{3}[$$

$$I_4: -2x < 8$$

$$\Leftrightarrow x > -4 \text{ (Diviser par } -2 \text{ change le sens de l'inégalité car } -2 < 0)$$

$$S =]-4; +\infty[$$

$$I_5: -5x \geq -15$$

$$\Leftrightarrow x \leq 3 \text{ (Diviser par } -5 \text{ change le sens car } -5 < 0)$$

$$S =]-\infty; 3]$$

$$I_6: 5x - 3 \leq -4x$$

$$\Leftrightarrow 5x + 4x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 9x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3}$$

$$S =]-\infty; \frac{1}{3}]$$

$$I_7: -3x + 15 \geq -72 - 2x$$

$$\Leftrightarrow -3x + 15 + 2x \geq -72$$

$$\Leftrightarrow -x + 15 \geq -72$$

$$\Leftrightarrow -x \geq -87$$

$$\Leftrightarrow x \leq 87$$

$$S =]-\infty; 87]$$

$$I_8: 14x - 25 \leq 17x + 50$$

$$\Leftrightarrow 14x - 17x \leq 50 + 25$$

$$\Leftrightarrow -3x \leq 75$$

$$\Leftrightarrow x \geq -25 \text{ (Diviser par } -3 \text{ change le sens car } -3 < 0) :$$

$$S = [-25; +\infty[$$

$$I_9: 12x + 3 \geq 12x$$

$$\Leftrightarrow 3 \geq 0$$

ce qui est vrai pour tout x

donc $S = \mathbb{R}$ (tous les nombres sont solutions)

Exercice 9

1. $(x+3)(6-x)$

$$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$$

$$6-x=0 \Leftrightarrow x=6 \text{ On en déduit :}$$

x	$-\infty$	-3	6	$+\infty$
$x+3$	-	0	+	+
$6-x$	+		+	0
$(x+3)(6-x)$	-	0	+	0

2. $x(2x+6)$

x s'annule en 0 et $2x+6=0 \iff x=-3$ on en déduit :

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
$2x+6$	-	0	+	+
x	-		-	0
$x(2x+6)$	+	0	-	0

3. $(2x+1)(3-5x)$

$$2x+1=0 \iff x=-\frac{1}{2}$$

$$3-5x=0 \iff x=\frac{3}{5} \text{ On en déduit :}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$+\infty$
$2x+1$	-	0	+	+
$3-5x$	+		+	0
$(2x+1)(3-5x)$	-	0	+	0

Exercice 10

1. Les valeurs prises par X sont 0; 4; 8 et 12.

On note $X(\Omega) = \{0; 4; 8; 12\}$

Valeur Possible k	0	4	8	12
$P(X=k)$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

3. $E(X) = \frac{3}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 8 + \frac{1}{6} \times 12 = \frac{3 \times 0 + 1 \times 4 + 1 \times 8 + 1 \times 12}{6} = \frac{24}{6} = 4$ En moyenne, sur un grand nombre de parties, on obtient un score de 4.

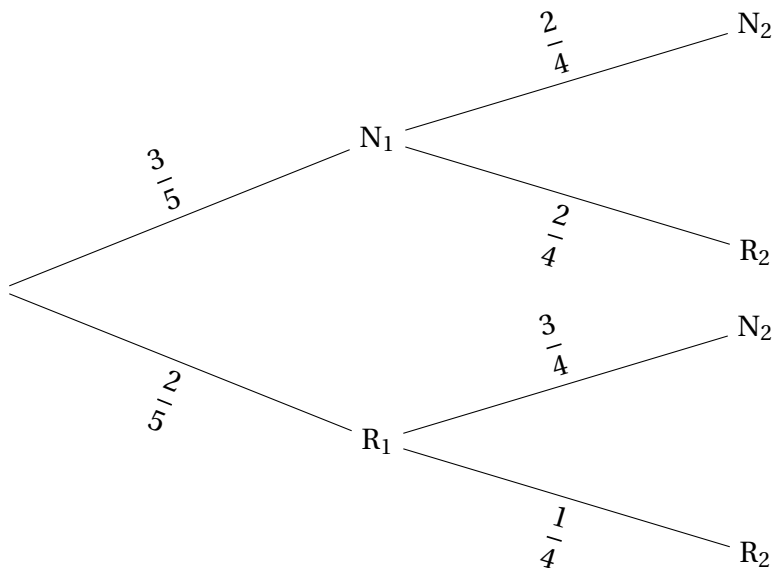
Exercice 11 1. voir ci-dessous

2. $P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

3. N_1 et R_1 forment un système complet d'événements. D'après la formule des probabilités totales on a :

$$\begin{aligned} P(R_2) &= P(N_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap R_2) \\ &= P(N_1) \times P_{N_1}(R_2) + \frac{2}{20} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{20} \\ &= \frac{6}{20} + \frac{2}{20} \\ &= \frac{8}{20} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

4. On cherche $P_{R_2}(R_1) = \frac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{10} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$



Exercice 12

(u_n) est définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$

1. $u_1 = 3u_0 = 3 \times 2 = 6$ et $u_2 = 3 \times u_1 = 3 \times 6 = 16$.

2. Pour tout entier naturel $n, u_{n+1} = 3u_n$ donc (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 3$.

3. D'après le cours, pour tout entier naturel n on a : $u_n = u_0 \times q^n = 2 \times 3^n$

4. $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$ est une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique : d'après le cours on a :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = u_0 \frac{1 - q^{11}}{1 - q} = 2 \times \frac{1 - 3^{11}}{1 - 3} = 2 \times \frac{1 - 3^{11}}{-2} = 3^{11} - 1$$

Exercice 13

(v_n) est définie par $\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = v_n + 5 \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$

1. $v_1 = v_0 + 5 = 4 + 5 = 9$ et $v_2 = v_1 + 5 = 9 + 5 = 14$.
2. pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = v_n + 5$ donc (v_n) est arithmétique de raison $r = 5$.
3. D'après le cours, pour tout entier naturel n on a $v_n = v_0 + r \times n = 4 + 5n$.
4. $v_0 + v_1 + \dots + v_{10}$ est une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique.

$$v_0 + v_1 + \dots + v_{10} = \frac{11(v_0 + v_{10})}{2} = \frac{11(4 + 4 + 10 \times 5)}{2} = \frac{11 \times 58}{2} = 11 \times 29 = 319$$

Exercice 14

(w_n) est définie par
$$\begin{cases} w_0 = 3 \\ w_{n+1} = 2w_n + 1 \end{cases}$$

1. $w_1 = 2w_0 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$ et $w_2 = 2w_1 + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15$.
2. $w_1 - w_0 = 7 - 3 = 4$ et $w_2 - w_1 = 15 - 7 = 8$. Donc $w_1 - w_0 \neq w_2 - w_1$, La suite (w_n) n'est donc pas arithmétique.
3. $\frac{w_1}{w_0} = \frac{7}{3}$ et $\frac{w_2}{w_1} = \frac{15}{7}$ Or $\frac{7}{3} \neq \frac{15}{7}$ puisque $\frac{7}{3} = \frac{49}{21}$ et $\frac{15}{7} = \frac{45}{21}$. La suite (w_n) n'est donc pas géométrique.