I- La fonction racine carrée

1- Définition

La fonction racine carrée est la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par :
Pour tout $x \epsilon [0; +\infty[$, $f(x) = \sqrt{x}$
Propriété importante : pour tous réels x et k POSITIFS : $\sqrt{x} = k \Leftrightarrow x = k^2$

Remarque : une notation différente : $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

Calculs d'image :

Déterminer $f(4) =$, $f(256) =$, $f(\pi) =$ $f(\sqrt{2}) =$

2- Variation

Théorème :

La fonction racine carrée est strictement croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$

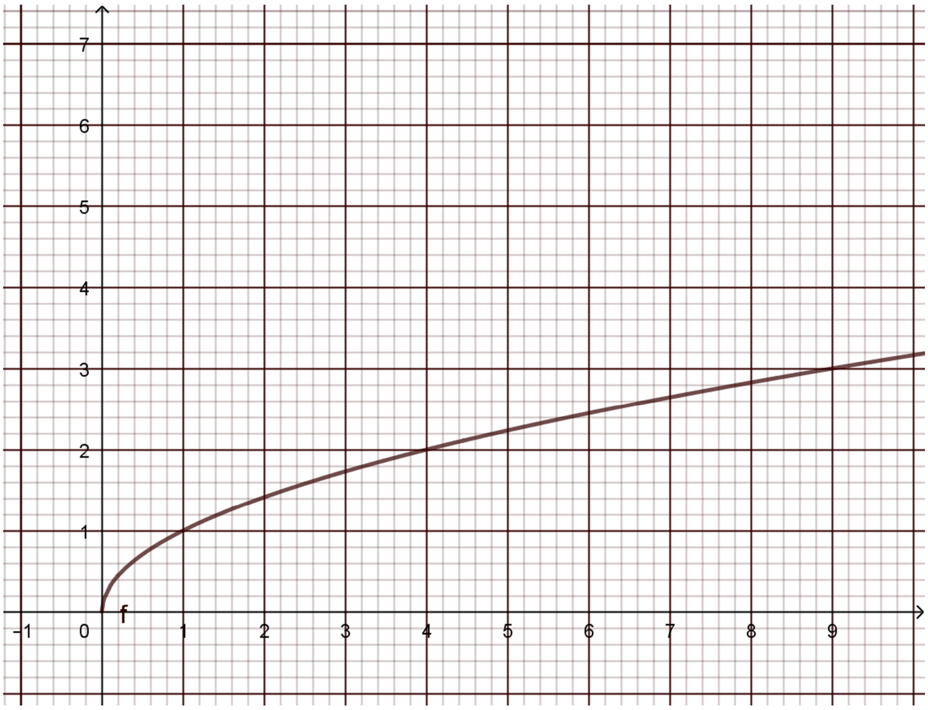
Démonstration :

Tableau de variation :

x	0 $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
Fonction Racine carrée	

3- courbe représentative

La courbe de la fonction racine carrée dans le repère orthonormé (O, I, J) est :



4- Propriétés algébriques

Théorème :

pour tous réels a et b positifs

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n} \ \ avec\ n \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \ \ , b \neq 0$$

Attention : pour tout réel x , $\sqrt{x^2} = |x|$ résultat à ne pas oublier !!

II- Fonction cube.

1- Définition

La fonction cube est la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = x^3$
Propriété importante : pour tous réels x et k : $x^3 = k \Leftrightarrow x = k^{\frac{1}{3}}$ (appelé racine cubique de k)

Calculs d'image :

Déterminer : $g(2) =$, $g(-3) =$, $g(2\sqrt{3}) =$, $g\left(\frac{2}{3}\right) =$

2- <u>Variation</u>

Préambule : montrer que pour tous réels x et y, $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

Théorème :

La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration :

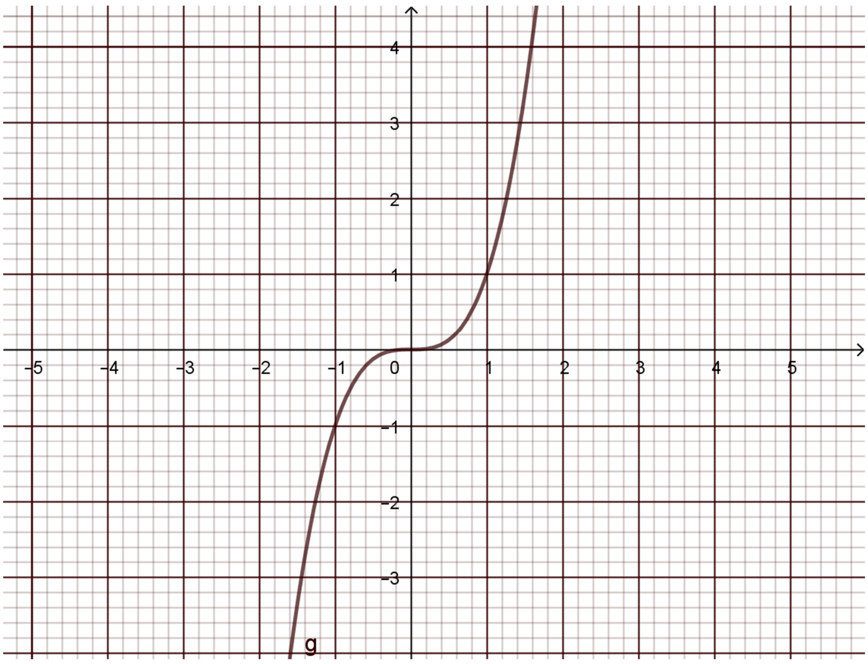
Tableau de variation

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
Fonction cube	

3- <u>Courbe représentative</u>

Dans un repère orthonormé, la courbe de la fonction cube est :

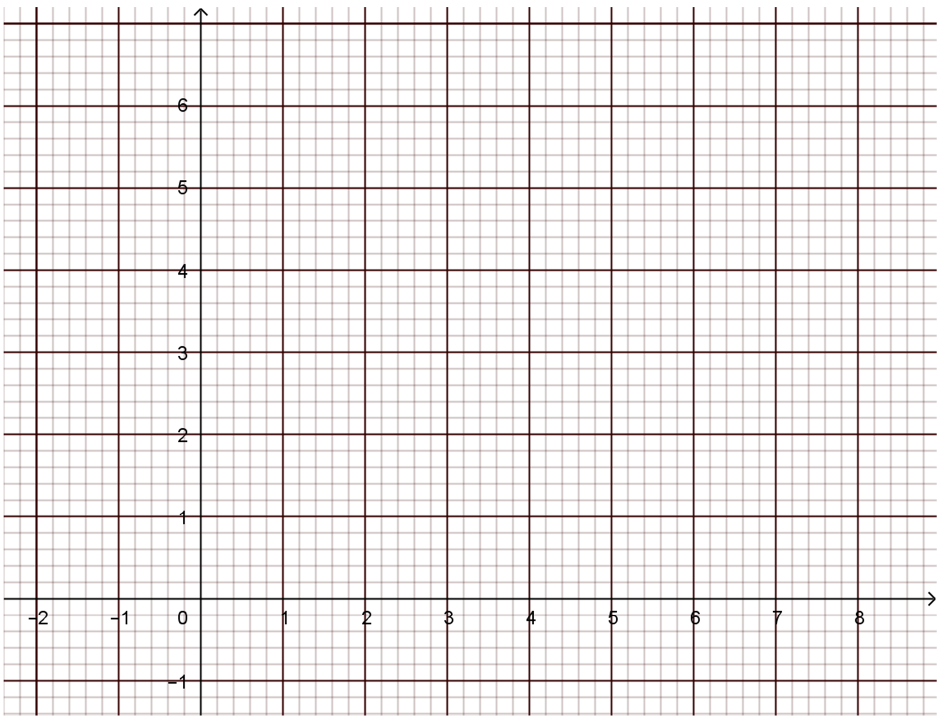
Complément fonctions de référence : Fonction racine carrée et Fonction cube



III- Croissance comparée

Dans le repère ci-dessous, représenter les courbes des fonctions suivantes sur $[0; +\infty[$

$$f_1 : x \mapsto x \ , f_2 : x \mapsto x^2 \ , f_3 : x \mapsto \sqrt{x} \ , f_4 : x \mapsto x^3$$



Sur $[0 ; 1[$ donner les positions des courbes C_1, C_2, C_3, C_4 courbes respectives de f_1, f_2, f_3, f_4

De même sur $[1 ; +\infty[$

Que se passe-t-il pour $x = 0$ et $x = 1$?

Théorème :

Soit x un réel positif,
Si $0 \leq x \leq 1$ alors $x^3 \quad x^2 \quad x \quad \sqrt{x}$
Si $x \geq 1$ alors $x^3 \quad x^2 \quad x \quad \sqrt{x}$.